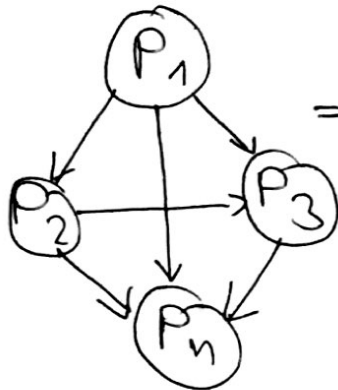
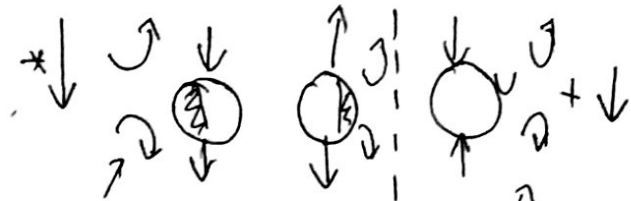


$$P_r(P_1, \dots, P_n) = P_r(P_1) \cdot P_r(P_2|P_1) \cdot P_r(P_3|P_1, P_2) \cdot \dots \cdot P_r(P_n|P_1, \dots, P_{n-1}) =$$

$$= P_r(P_1) \cdot P_r(P_2|P_1) \cdot P_r(P_3|P_1, P_2) \cdot \dots \cdot P_r(P_n|P_1, \dots, P_{n-1})$$

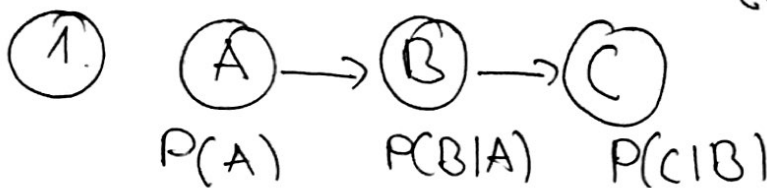


$$= P_r(P_1) \cdot P_r(P_2|\text{rodice}(P_2)) \cdot P_r(P_3|P_1, P_2) \cdot \dots \cdot P_r(P_n|\text{rodice}(P_n))$$



tož z' je
pozorová
informace
ne tech

tož z' je
pozorová
informace
tech



formálne dotazte, ktoré vzťahy
podmiene nezávislosti platí

$A \perp\!\!\!\perp C | B$ - p abyh se dovedeš něco
o A, stačí, abyh znal C
nebo B

A a C jsou lin. nezávislé, pokud známe
B

II : $P(A, C | B) = P(A|C) \cdot P(C|B)$

II v III : $P(A, C | B) = P(A|B, C) \cdot P(C|B) = P(A|B) \cdot P(C|A, B)$

$$P(A, C | B) = \frac{P(A, C, B)}{P(B)} = \frac{P(A) P(C|B) P(B|A)}{P(B)}$$

$$P(B) = \sum_{A, C} P(A, B, C) = P(B|A) P(A)$$

$$x = \frac{P(A)P(B|A)P(C|B)}{\sum_{AC} P(A') \cdot P(B|A) \cdot P(C|B)}$$

$$= P(A|B)P(B|A) = P(A, C|B) \rightarrow \text{induktivje podmišljeno nezavislost v štiti}$$

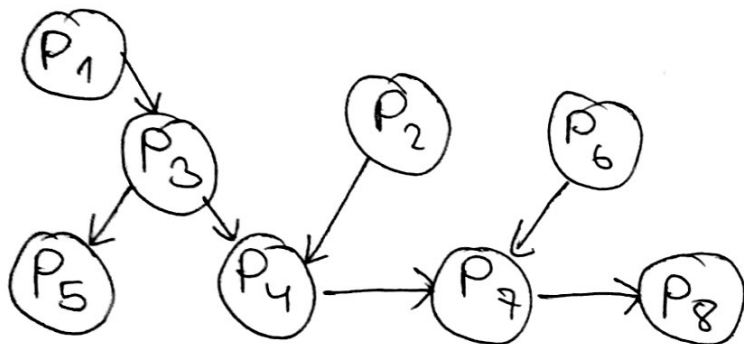
$\rightarrow P(A, C) = P(A)P(C)$ - induktivje nezavislost A a C,
v temto primeru neplati, ali

$$P(A) \cdot P(C|A) = P(A|C) \cdot P(C)$$

$$P(A, C) = \sum_B P(A) \cdot P(B|A) P(C|B) = P(A) \sum_B$$

$$P(B|A) P(C|A, B) = P(A) \sum_B P(B, C|A) = P(A) \cdot P(C|A)$$

(2)

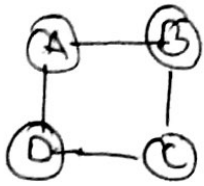


a) $P_1, P_5 \perp\!\!\!\perp P_6 | P_8 \rightarrow$ nejsou nezavisle' - False

b) $P_2 \perp\!\!\!\perp P_6 | \emptyset \rightarrow$ ~~True~~ nejsou zavisle' - False

c) $P_1 \perp\!\!\!\perp P_2 | P_8 \rightarrow$ jsou zavisle' - False

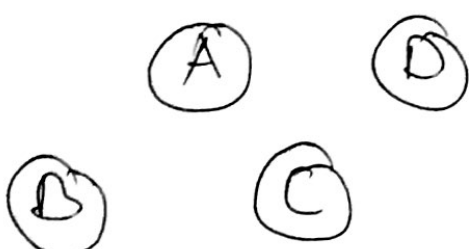
d) $P_1 \perp\!\!\!\perp P_2, P_5 | P_4 \models P_1 \perp\!\!\!\perp P_2 | P_4 \wedge P_1 \perp\!\!\!\perp P_5 | P_4$
 $\downarrow$
 false



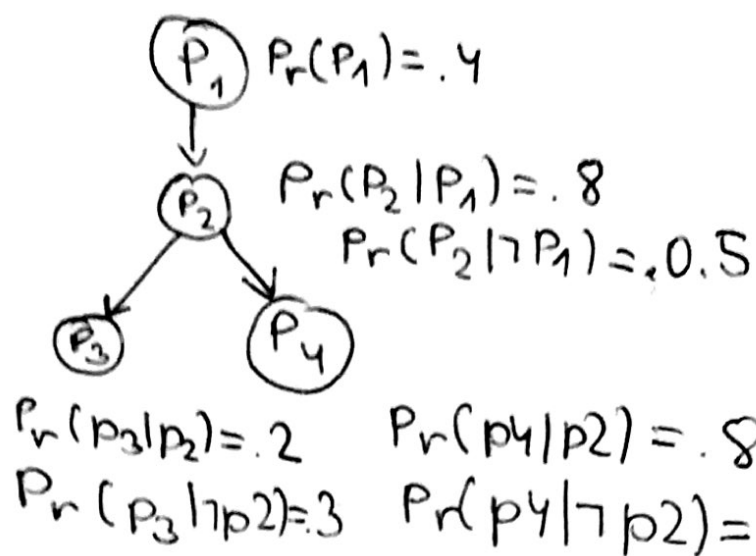
separation: $A \perp\!\!\!\perp C \mid B, D$ B observed

↘ bez orientace se moc nepoužívají - není příčina a následek

~~$A \perp\!\!\!\perp B \mid C, D$~~ , $B \perp\!\!\!\perp C \mid A, D$


 ↙
 nejde předělat na orientovaný $\Rightarrow$ některé vztahy nejde jedním směrem zátodovat, nemusí jít ani jedním

stahnout Toolbox ~~na~~ na stránkách
 návod, příklad family.out - jak zátodovat
 BN v Toolboxu (prizneno nemusí být
 kompatibilní s 2015)

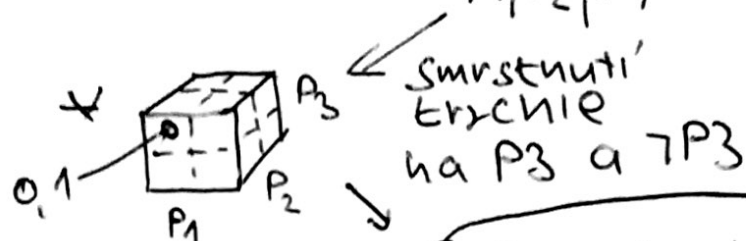


- 1) $Pr(\neg P_3)$
- 2) $Pr(P_2|\neg P_3)$
- 3) $Pr(P_1|P_2, \neg P_3)$
- 4) $Pr(P_1|\neg P_3, P_4)$

*
 π lze chápat jako
 hypertrichy

1) $Pr(P_1, P_2, P_3, P_4) = Pr(P_1) \cdot Pr(P_2|P_1) \cdot Pr(P_3|P_2) \cdot Pr(P_4|P_2)$

$Pr(\neg P_3) = \sum_{P_1, P_2, P_4}$



pro $Pr(P_3)$ je to znovu 8 kombinací kde je P_3 m/ $\neg P_3$

$Pr(\neg P_3) = Pr(P_1, P_2, \neg P_3, P_4) + Pr(\neg P_1, P_2, \neg P_3, P_4) +$
 $+ Pr(P_1, \neg P_2, \neg P_3, P_4) + \dots + \dots$ až do 8

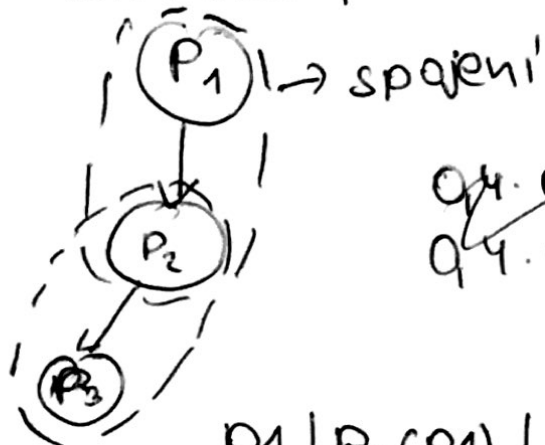
$Pr(P_1) \cdot Pr(P_2|P_1) \cdot Pr(\neg P_3|P_2) \cdot Pr(P_4|P_2) = 0.4 \cdot 0.8 \cdot 0.8 \cdot 0.8$

→ zjednodušení, lze vyladit P_4 (nepožadovaný list)

$\Rightarrow$ pat $Pr(P_1, P_2, P_3) = Pr(P_1) \cdot Pr(P_2|P_1) \cdot Pr(P_3|P_2)$

$Pr(\neg P_3) = Pr(P_1, P_2, \neg P_3) + Pr(\neg P_1, P_2, \neg P_3) +$
 $+ Pr(P_1, \neg P_2, \neg P_3) + Pr(\neg P_1, \neg P_2, \neg P_3) = 0.762$

eliminate prom. $\rightarrow$ aby zůstalo jen P3



$$\cancel{0,4 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,2} \Rightarrow 0,4 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,6 =$$

P_1	$P_r(P_1)$
T	0,4
F	0,6

$P_r(P_2 P_1)$	P_1	P_2
0,8	T	T
0,5	F	T
0,2	T	F
0,5	F	F

P_1	P_2	$P_r(P_1, P_2)$
T	T	$0,4 \cdot 0,8 = 0,32$
F	T	$0,6 \cdot 0,5 = 0,3$
T	F	$0,4 \cdot 0,2 = 0,08$
F	F	$0,6 \cdot 0,5 = 0,3$



P_2	$P_r(P_2)$
T	$0,32 + 0,3 = 0,62$
F	0,38



P_2	P_3	$P_r(P_3 P_2)$	$P_r(P_3, P_2)$
T	T	0,2	$0,62 \cdot 0,2 = 0,124$
T	F	0,8	$0,62 \cdot 0,8 = 0,496$
F	T	0,3	$0,38 \cdot 0,3 = 0,114$
F	F	0,7	$0,38 \cdot 0,7 = 0,266$



$$2) \cancel{Pr(p_1|p_2)} \quad Pr(p_2|p_3) = \frac{Pr(p_2, p_3)}{Pr(p_3)}$$

$$Pr(A|B) = \frac{Pr(A, B)}{Pr(B)}$$

P-tabulka

P-císto

$$\frac{Pr(p_2, p_3)}{Pr(p_3)} = \frac{\sum_{p_1} Pr(p_1, p_2, p_3)}{Pr(p_3)} =$$

$$= \frac{0,4 \cdot 0,8 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,8}{0,762} = \frac{0,256 + 0,24}{0,762} = 0,651$$

$$3) Pr(p_2, p_3) = Pr(p_2|p_3) \cdot Pr(p_3)$$

$$Pr(p_1, p_2, p_3) = \frac{Pr(p_1, p_2, p_3)}{Pr(p_1, p_3)} = \frac{0,256}{0,496} =$$

$$= 0,5161$$

$$\text{už to } Pr(p_1|p_2) = \frac{0,4 \cdot 0,8}{0,8 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,5} = 0,5161$$

$Pr(p_1) \quad Pr(p_2|p_1)$
 $\rightarrow \text{už to } 1/2 \text{ pr}$

$$Pr(p_n|p_{n-1})$$



$$Pr(p_1) < Pr(p_2) < \dots < Pr(p_n)$$

1) enumerate: 0?

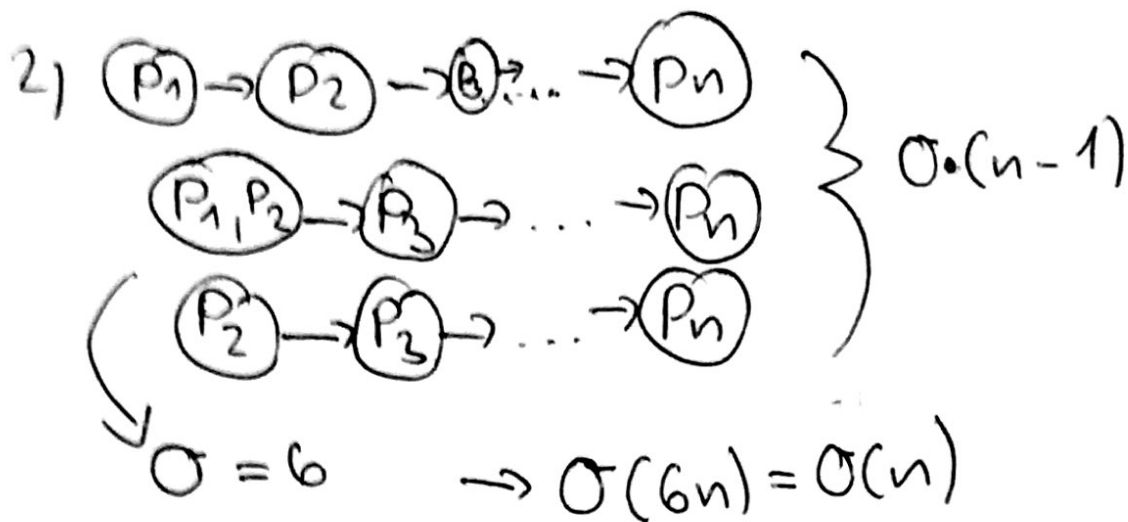
2) eliminate prom.: 0?

$$1) Pr(p_n|p_{n-1}) = \frac{Pr(p_n, p_{n-1})}{Pr(p_{n-1})}$$

$$Pr(p_n) = \sum_{p_1, \dots, p_{n-1}} Pr(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{p_1, \dots, p_{n-1}} Pr(p_1) \cdot Pr(p_2|p_1) \cdot \dots \cdot Pr(p_n|p_{n-1})$$

$\nwarrow$
 $n, \dots, n-1$ na soben!
 2^{n-1}

$$O((n-1)(2^{n-1})) = O(n \cdot 2^n)$$



→ pro komplexní grafy – bude rozhodovat velikost klíče jako 1 iterace operace

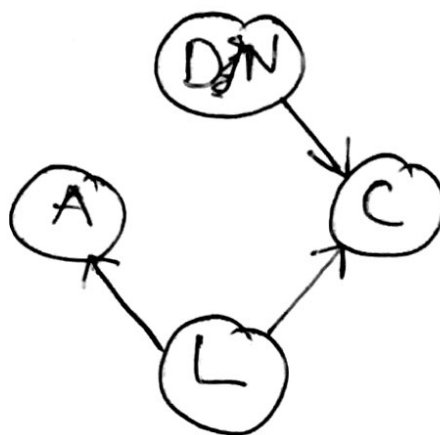
Pr. 1) DayTime – DN

~~DN~~

Albertov – A

#Cars – C

line# – L



$C \perp A/L$

$A \perp \pi DN/C$

$A \perp DN/L/C$

$DN \perp L/C$

~~HA~~

Inference

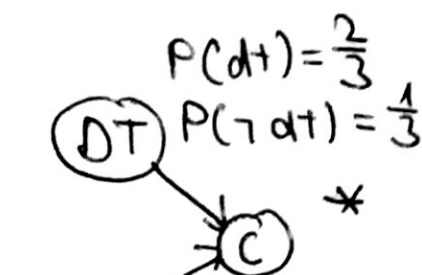
→ 2/9

DT - daytime

C - # cars

L - number of line

A - Albertov



$$P(dt) = \frac{2}{3}$$

$$P(\neg dt) = \frac{1}{3}$$

*



$$P(A|24) = \frac{9}{10}$$

$$P(L=22) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|22) = \frac{1}{10}$$

$$P(L=24) = \frac{3}{10}$$

$$P(A|6) = \frac{1}{10}$$

$$P(L=6) = \frac{1}{5}$$

$$* P(c=1|dt, l=6) = \frac{9}{10}$$

$$P(c=1|\neg dt, l=6) = 1$$

$$P(c=1|dt, l=22) = \frac{1}{10}$$

$$P(c=1|dt, l=22) = 0$$

$$P(c=1|l=24) = \frac{1}{5}$$

$$\prod_{i=1}^n Pr(P_i | \text{rodič}(P_i))$$

Je noc. Kvalita tramvají přijíždí. Data je pravděpodobnost, že pojedou na Albertov $P(a)$.

$$Pr(a|c=1, \neg dt) = \frac{P(a|c=1, \neg dt)}{P(c=1, \neg dt)} =$$

$$= \frac{\sum_L P(a|L, c=1, \neg dt)}{\sum_L P(L, c=1, \neg dt)}$$

$$= \frac{\sum_L Pr(a|L, c=1, \neg dt)}{\sum_L Pr(L, c=1, \neg dt)} = \frac{\sum_L Pr(a|L) \cdot Pr(c=1|\neg dt, L)}{\sum_L Pr(\neg dt) \cdot Pr(c=1|\neg dt, L)}$$

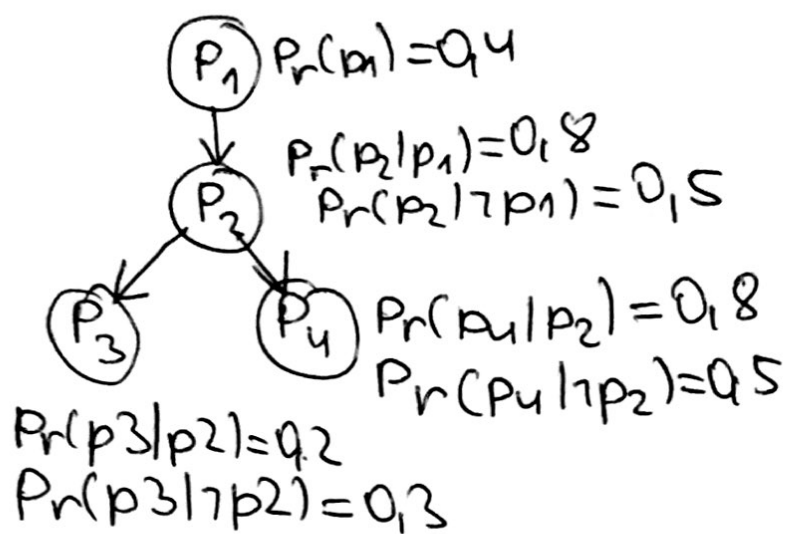
$$= \frac{\sum_L Pr(c=1|\neg dt, L) \cdot Pr(L) \cdot Pr(a|L)}{\sum_L Pr(c=1|\neg dt, L) \cdot Pr(L) \cdot \sum_A Pr(A|L)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\Pr(c=1 | \neg dt, l=6) \cdot \Pr(l=6) \cdot \Pr(a=1 | l=6) + \dots + \dots}{\Pr(c=1 | \neg dt, l=6) \cdot \Pr(l=6) + \dots + \dots} = \\
 &= \frac{1 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}}{1 \cdot \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{2}} = \\
 &= \frac{\frac{1}{50} + \frac{27}{500} + \frac{1}{200}}{\frac{1}{5} + \frac{12}{50} + \frac{1}{20}} = \underline{\underline{0,2548}}
 \end{aligned}$$

d) There is tram 22. What is # of carts?

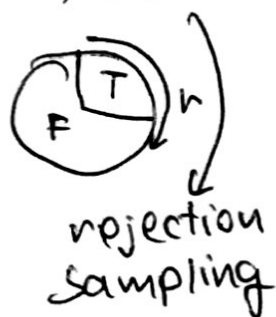
$$\Pr_r(c | l=22) = \frac{\Pr(c, l=22)}{\Pr(l=22)}$$

$$\begin{aligned}
 \Pr(c, l=22) &= 2 \cdot \sum_{DT} \Pr(c, l=22, DT) = \\
 &= 2(\Pr(c, l=22, dt) + \Pr(c, l=22, \neg dt)) = \\
 &= 2(\Pr(dt) \cdot \Pr(l=22) \cdot \Pr(c=1 | dt, l=22) + \\
 &\quad + \Pr(\neg dt) \cdot \Pr(l=22) \cdot \Pr(c=1 | \neg dt, l=22)) = \\
 &= 2\left(\cancel{\frac{2}{3}} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{10}\right) = \underline{\underline{\frac{1}{30}}}
 \end{aligned}$$



a) $Pr(p_1|p_2, \neg p_3) = 0.5161$ pro prázdnou inferenci

1) RS:



	s^1	s^2	s^3	s^4	s^5	s^6	s^7
P_1	T	F	T	T	F	F	T
P_2	(T)	F	(T)	F	(F)	X	X
P_3	(F)	F	(F)	X	2	2	2
P_4	2	2	2	2	.	.	.

není nutné generovat

zamítnutí

$$P_2 = \frac{1}{2}, P_3 = 1, P_4 = 1$$

$$Pr(p_1|p_2, \neg p_3) = \frac{2}{3}$$

ze 3 potusů bylo T 2x

2) Likelihood weighting

	s^1	s^2	s^3	s^4	s^5	s^6	s^7	s^8	s^9	s^{10}
P_1	T	F	F	F	F	F	T	T	T	F
P_2	T	T	T	T	←	za fixovani'				
P_3	F	F	F	F	←	pro pri'pad, ite'ro' u'nomji'				
P_4	x	x	x	x						
	0,64	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,64	0,64	0,64	0,4

$P_1 = T \quad w = 0,64$
 $P_1 = F \quad w = 0,4$

~~$0,64 \cdot 4 + 6 \cdot 0,4$~~
~~10~~

$$\frac{0,64 \cdot 4}{0,64 \cdot 4 + 6 \cdot 0,4} = \frac{2,56}{4,96} = \underline{\underline{0,516}}$$

$$Pr(p_2|p_1) \cdot Pr(\neg p_3|p_2) = 0,8 \cdot 0,8$$

$$Pr(p_2|\neg p_1) = 0,5$$

3) Gibbsovo vzortovani' [0,5161; 0,4839]

	s^0	s^1
P_1	T	T
P_2	T	T
P_3	F	F

netreba, je fixni'

$$Pr(p_1|P_2, P_3, \dots) \rightarrow Pr(p_1|P_2)$$

$$Pr(\neg p_1|p_2) \propto Pr(\neg p_1) Pr(p_2|\neg p_1) = 0,3$$

$$Pr(p_1|p_2) \propto Pr(p_1) \cdot Pr(p_2|p_1) = 0,32$$

$$\left[\begin{aligned} Pr(p_2|P_1, P_3) &\rightarrow Pr(p_2|P_1, P_3) \propto Pr(p_2|M) \cdot Pr(M) \\ Pr(p_3|M_1, P_2) &\rightarrow Pr(p_3|P_2) \propto Pr(p_3|P_2) Pr(P_2|M) \end{aligned} \right]$$

~~[0,8, 0,2]~~
 ← normalizace do 1

~~[0,32, 0,68]~~

→ 0,5161