

Applying Lagrangian relaxation to the Traveling Salesman Problem



Matěj Jirka
jirkamat@fel.cvut.cz

Co je TSP?

- ▶ Traveling Salesman Problem
- ▶ Najít nejkratší uzavřenou cestu skrz všechny vrcholy
- ▶ NP-Hard

Co je Lagrange relaxation?

- ▶ Relaxační metoda
- ▶ Převeďte náročný problém na jednodušší pomocí odstranění podmínek a jejich penalizací
- ▶ Řešení pak ale nemusí být nejlepší pro danou instanci

Formulace TSP v ILP

- ▶ min.: $z = \sum_{e \in E} c(e)x_e$
- ▶ s.t.:
 - $\sum_{e \text{ entering } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna vstupní hrana
 - $\sum_{e \text{ leaving } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna výstupní hrana
 - $u_{v_{src}} - u_{v_{dst}} + |V| * x_e \leq |V| - 1 \text{ for all } v_{dst} \neq v_{src} \in V$ //1 cesta
 - $x_e \in \{0,1\} \text{ for all } e \in E$

RE-Formulace TSP pro LR

- ▶ min.: $z = \sum_{e \in E} c(e)x_e + \textit{penalizace}$
- ▶ s.t.:
 - $\sum_{e \text{ entering } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna vstupní hrana
 - $\sum_{e \text{ leaving } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna výstupní hrana
 - ~~◦ $u_{v \text{ src}} - u_{v \text{ dst}} + |V| * x_e \leq |V| - 1 \text{ for all } v_{\text{dst}} \neq v_{\text{src}} \in V$ //1 cesta~~
 - $x_e \in \{0,1\}$ for all $e \in E$



- ▶ min.: $z = \sum_{e \in E} c(e)x_e + \mu(u_{v \text{ src}} - u_{v \text{ dst}} + |V| * x_e - (|V| - 1))$
- ▶ s.t.:
 - $\sum_{e \text{ entering } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna vstupní hrana
 - $\sum_{e \text{ leaving } v} x_e = 1 \text{ for all } v \in V$ //jedna výstupní hrana
 - $x_e \in \{0,1\}$ for all $e \in E$

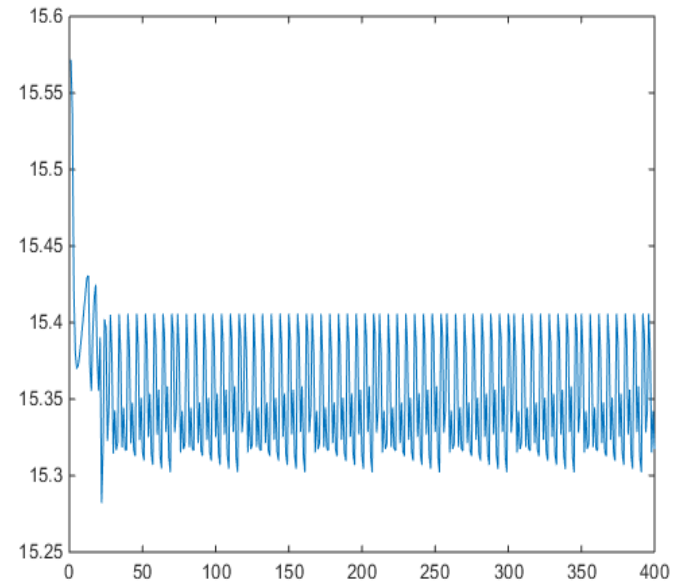
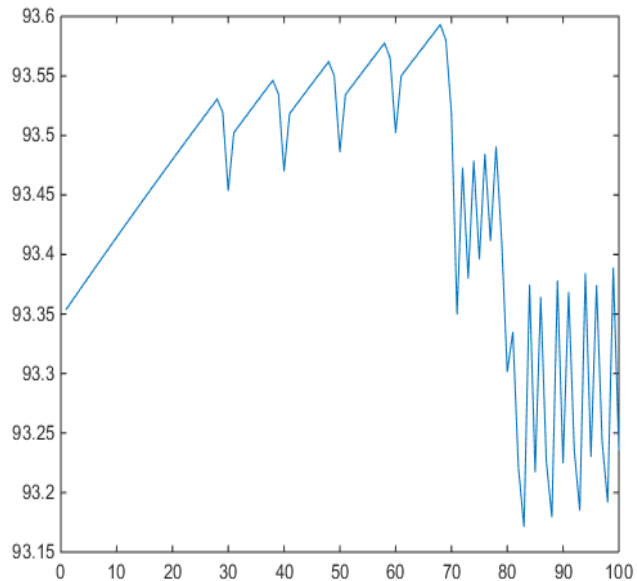
Co to znamená?

- ▶ min.: $z = \sum_{e \in E} c(e)x_e + \mu(u_{v_{src}} - u_{v_{dst}} + |V| * x_e - (|V| - 1))$
- ▶ Ve výsledném grafu nemusí být jen jedna uzavřená cesta
- ▶ Výsledné řešení **nemusí** mít nejlepší výsledek
- ▶ Řešení bude nalezeno **rychleji**

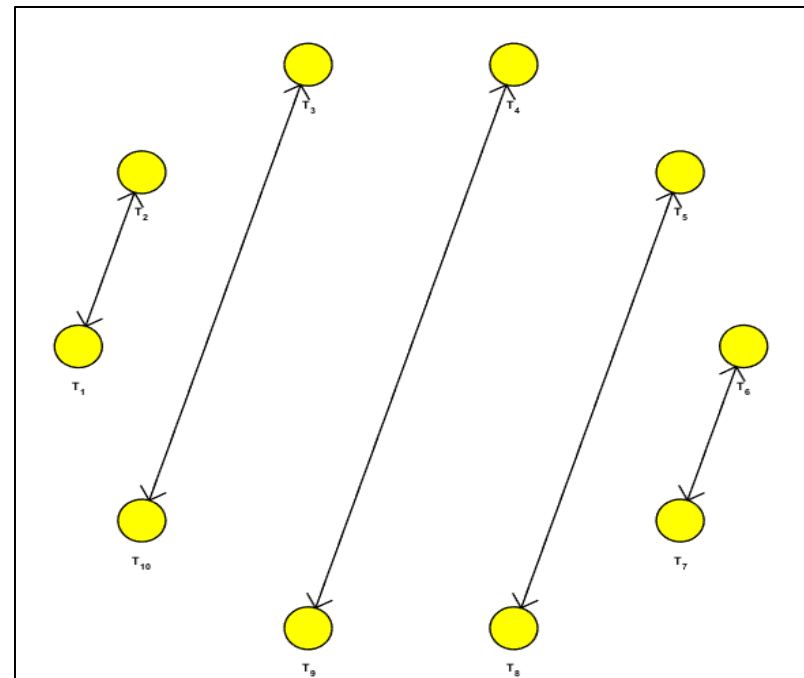
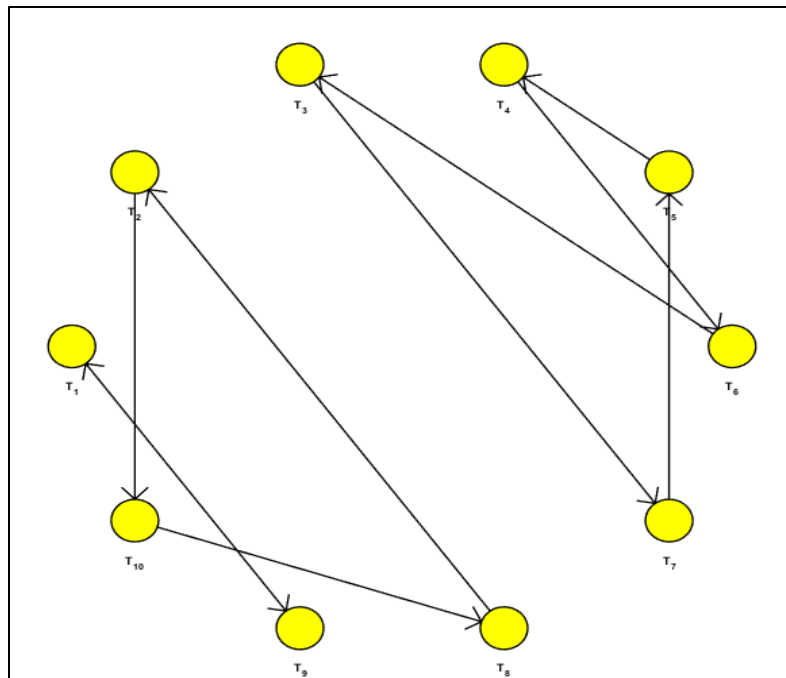
Jak toho dosáhnout?

- ▶ μ – Lagrangeovy multiplikátory
- ▶ Nalezení multiplikátorů – pomocí subgradientní metody

Výsledky – Subgradientní metoda



Výsledky – Graf



Děkuji za pozornost!