Domácí úkol pro 1. cvičení

1. **Příklad.** Rozhodněte, zda platí:
$$3^{2n} \in \mathcal{O}(3^n).$$
   Odpověď pečlivě zdůvodněte.

2. **Příklad.** Jsou dány tři nezáporné funkce $f(n)$, $g(n)$ a $h(n)$. Dokažte:
   Jestliže funkce $f(n) \in \Theta(g(n))$ a $g(n) \in \Theta(h(n))$, pak $f(n) \in \Theta(h(n))$.

3. **Příklad.** Je dána funkce $T(n)$ je dána na přirozených číslech rekurentním vztahem
$$T(n) = 6\,T(\frac{n}{6}) + n,$$
   Vyřešte její asymptotické chování. Řešení zdůvodněte.

4. **Příklad.** Je dána funkce $T(n)$ je dána na přirozených číslech rekurentním vztahem
$$T(n) = 4\,T(\frac{n}{2}) + n\,\lg n$$
   Vyřešte její asymptotické chování. Řešení zdůvodněte.

5. **Příklad.** Co je špatně na tomto důkazu tvrzení pro $f(n) = \sum_{i=1}^{n} i$ je $f(n) \in \mathcal{O}(n)$?
   Důkaz indukcí:

   Základní krok: Pro $n = 1$ platí $1 \in \mathcal{O}(1)$.

   Indukční krok: Předpokládejme, že $\sum_{i=1}^{n} i \in \mathcal{O}(n)$. Pak
$$f(n+1) = \sum_{i=1}^{n+1} i = \sum_{i=1}^{n} i + (n+1) = \mathcal{O}(n) + \mathcal{O}(n+1) = \mathcal{O}(n+1).$$