

Domácí úkol 5:

Dokažte, že následující problém patří do třídy NPC.

Zednický metr (ZM):

Instance: ZM sestávající z n segmentů o délkách $a_1, \dots, a_n$ (přirozená čísla) spojených po řadě pomocí pantů a přirozené číslo k .

Otázka: Lze metr složit do pouzdra o délce k ?

Řešení:

Úloha ZM patří do třídy NP. (Dá-li nám někdo polohu počátku metru v pouzdru a informaci, který segment se láme vlevo resp. vpravo, tak jsme schopni splnitelnost úlohy v polynomiálním čase ověřit.). Zatím není znám algoritmus který by vyřešil tuto úlohu v polynomiálním čase.

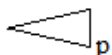
Podobnost s úlohou dělení kořisti. Segmenty metru dělím na dvě poloviny, na ty co jdou doprava a na ty doleva.

Dělení kořisti (DK):

Instance: DK sestává z m bankovek o cenách $p_1, \dots, p_m$ (přirozená čísla)

Otázka: Existuje podmnožina $S \subseteq \{1, \dots, m\}$, taková že $\sum_{i \in S} p_i = \sum_{i \notin S} p_i$.

$$S_1 + S_2 + \dots + S_m = S$$

Dělení kořisti (DK)**Zednický metr (ZM)****Převod vstupu DK na ZM:**

$$n = m$$

$$k = 2 * S$$

$$a_1 = p_1, a_2 = p_2, \dots, a_n = p_m$$

Segmenty metru: $k, k/2, p_1, p_2, \dots, p_m, k/2, k$

Korektnost převodu:

$$I_{ANO}^{DK} \Leftrightarrow I_{ANO}^{ZM}$$

Úlohu dělení kořisti lze preprezentovat jako graf funkce, který začíná a končí v nule právě tehdy, když je úloha splnitelná. Metr lze vložit právě tehdy, když začíná a končí uprostřed pouzdra, což platí pouze v případě existence onoho grafu, který začíná a končí v počátku.

Zdroje

- [1] ON THE MOVEMENT OF ROBOT ARMS IN 2-DIMENSIONAL BOUNDED REGION – *J.E. Hopcroft, D.A. Joseph, S.H. Whitesider*; March 1982.